



Universidad Mayor de San Simón
Facultad de Ciencias Económicas
Ingeniería Comercial e Ingeniería Financiera



Problemas Propuestos de Álgebra Lineal

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+a_1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_2 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix} = a_1 a_2 \dots a_n$$



M. Sc. René Quispe Cabrera

PRÁCTICA 5: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ -2x_1 - 4x_2 = 2 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -4 \\ -4x_1 - 6x_2 = 8 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = -2 - 3/2a \\ x_2 = a \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 10 \\ 4x_1 + 10x_2 = 5 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

2. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 = 3 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 4/9 \\ x_2 = 13/9 \\ x_3 = -1/9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ -2x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

$$d) \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 5x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 5x_1 - x_2 - 4x_3 = 11 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 21/9 + a \\ x_2 = 6/9 + a \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 18 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 = 10 \\ 5x_1 - x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

$$g) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 - 8x_3 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 17 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 3 + 2a \\ x_2 = 1 - a \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 10 \\ 11x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

$$i) \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_4 = 7 \\ 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = -10 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 21 \\ x_4 = -35 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 3 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 1 + a \\ x_2 = 2 - 2a \\ x_3 = 3 \\ x_4 = a \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 13 \\ 3x_1 + 9x_2 - 9x_3 - 5x_4 = 8 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 10 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 2 - 3a \\ x_2 = a \\ x_3 = -3 \\ x_4 = 5 \end{cases}$$

3. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss-Jordan.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 18 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 = 3 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 2 - a \\ x_2 = 1 \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 2 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

4. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales homogéneas

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_3 = 0 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_3 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = -1/3a \\ x_2 = -5/6a \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 - 8x_2 + 18x_3 = 0 \\ 4x_1 - 10x_2 + 22x_3 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 2a \\ x_2 = 3a \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 11x_2 + 12x_3 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 2a/5 \\ x_2 = 6a/5 \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 4a/3 \\ x_2 = -3a \\ x_3 = 4a/3 \\ x_4 = a \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = -2a + b \\ x_2 = a \\ x_3 = 0 \\ x_4 = b \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 3a/17 - 13b/17 \\ x_2 = 19a/17 - 20b/17 \\ x_3 = a \\ x_4 = b \end{cases}$$

5. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de Cramer.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 - 8x_3 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 17 \end{cases}, \text{Inf. Sol. } C_S = \begin{cases} x_1 = 3 + 2a \\ x_2 = 1 - a \\ x_3 = a \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 10 \\ 11x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

$$f) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 2 \end{cases}, \text{Sol. Incompatible}$$

6. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por métodos de la matriz inversa.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 5 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \\ 4x_1 - 5x_3 = -1 \\ x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 6 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 34/3 \\ x_3 = -7 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x_1 - 5x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}, \text{Sol. Unic. } C_S = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

7. Una empresa elabora tres productos que se procesan en departamentos. Las horas requeridas por unidad de cada producto en cada departamento y las capacidades semanales de cada departamento (producto), se indican en el cuadro que sigue. Determinar si existe alguna combinación de los 3 productos que aproveche al máximo las capacidades semanales en los tres departamentos.

Departamento	Productos			Horas disponible (semana)
	1	2	3	
A	2	3,5	3	1200
B	3	2,5	2	1150
C	4	3	2	1400

$$\begin{cases} 2x_1 + 3.5x_2 + 3x_3 = 1200 \\ 3x_1 + 2.5x_2 + 2x_3 = 1150 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1400 \end{cases} \quad C_S = \begin{cases} x_1 = 200 \\ x_2 = 100 \\ x_3 = 150 \end{cases}$$

8. Un fabricante de café desea mezclar 3 tipos de grano en 10000 libras de una mezcla final. Los tres componentes cuestan Bs. 24, Bs. 26 y Bs. 20 por libra respectivamente. El costo total de las 10000 libras de mezcla debe ser Bs. 210000. Al mezclar el café se establece que las cantidades usadas de los componentes 1 y 2 deben ser iguales. Interpretar si hay una combinación de los 3 productos que cumplan con las condiciones indicadas.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10000 \\ 24x_1 + 26x_2 + 20x_3 = 210000 \\ x_1 = x_2 \end{cases} \quad C_S = \begin{cases} x_1 = 1000 \\ x_2 = 1000 \\ x_3 = 8000 \end{cases}$$

9. Una compañía fabrica 3 productos. Los requerimientos de materias primas y horas de trabajo por unidad de productos están indicados en la tabla que sigue. Al mes se dispone de 1500 horas de trabajo y 3800 kg de materias primas. La producción combinada de los 3 productos debe ser 500 unidades. Investigue si hay una combinación de los 3 productos que cumplan con las condiciones.

	Productos		
	1	2	3
Horas de trabajo	3	2	4
Materas primas	10	8	6

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 500 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1500 \\ 10x_1 + 8x_2 + 6x_3 = 3800 \end{cases} \quad C_S = \begin{cases} x_1 = 100 \\ x_2 = 200 \\ x_3 = 200 \end{cases}$$

10. Un empresario tiene 3 máquinas que se utilizan en la producción de 3 productos diferentes, para utilizar plenamente estas máquinas estarán en operación 10 horas diarias. El número de horas que utiliza cada máquina en la producción de una variedad en cada uno de los tres productos esta dado en la tabla que sigue:

Maquinas	Productos		
	1	2	3
1	5	1	1
2	2	1	2
3	3	2	1

Se pide encontrar el número de unidades que se debe producir de cada uno de los 3 productos en un día de 10 horas, bajo el supuesto de que cada máquina trabaja las 10 horas completas

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \end{cases} \quad C_S = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

11. En el siguiente sistema lineal determinar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema resultante tenga.

- a) Solución única
- b) Ninguna solución
- c) Infinitas soluciones

Emplear el método de eliminación de GAUSS.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + (k^2 - 5)x_3 = k \end{cases}$$

12. En el siguiente sistema lineal determinar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema resultante tenga.

- a) Solución única
- b) Ninguna solución
- c) Infinitas soluciones

Emplear el método de eliminación de GAUSS-JORDAN.

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 + kx_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + kx_2 + -x_3 = 4 \end{cases}$$

13. En el siguiente sistema lineal determinar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema resultante tenga.

- a) Solución única
- b) Ninguna solución
- c) Infinitas soluciones

Emplear el método de Cramer.

$$\begin{cases} 2x - 3y - kz = -1 \\ 2kx + (2 - 3k)y + (2k + 1)z = 7 \\ -2x + 4y + (2k + 1)z = 4 \end{cases}$$